

Roll No.

[2]

D-3125

D-3125

B. A. (Part I) EXAMINATION, 2020

(New Course)

MATHEMATICS

Paper First

(Algebra and Trigonometry)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक इकाई से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Solve any two parts from each Unit. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) दो व्युत्क्रमणीय आव्यूहों P तथा Q को इस प्रकार ज्ञात कीजिए कि PAQ प्रसामान्य रूप में है, जहाँ :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

आव्यूह A की जाति भी ज्ञात कीजिए।

Find two non-singular matrices P and Q such that PAQ is in the normal form, where :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Also find the rank of the matrix A.

(ब) आव्यूह :

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

के आइगेन मानों और संगत आइगेन सदिशों का निर्धारण कीजिए।

Determine the eigen values and the corresponding eigen vectors of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

(स) दर्शाइये कि आव्यूह :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

अपने अभिलाक्षणिक समीकरण को सन्तुष्ट करता है। अतः A^{-1} ज्ञात कीजिए।

Show that the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

satisfies the own characteristic equation, Hence find A^{-1} .

(B-6) P. T. O.

(B-6)

[3]

D-3125

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) आव्यूह विधि से हल कीजिए :

$$2x + 3y + z = 9$$

$$x + 2y + 2z = 6$$

$$3x + y + 2z = 8.$$

Solve by matrix method :

$$2x + 3y + z = 9$$

$$x + 2y + 2z = 6$$

$$3x + y + 2z = 8.$$

- (ब) समीकरण :

$$4x^4 - 85x^3 + 357x^2 - 340x + 64 = 0$$

को एक व्युत्क्रम समीकरण में रूपान्तरित कीजिए और हल कीजिए।

Reduce the equation :

$$4x^4 - 85x^3 + 357x^2 - 340x + 64 = 0$$

to a reciprocal equation and solve it.

- (स) त्रिघात
- $x^3 + 6x^2 - 12x + 32 = 0$
- को कार्डन विधि से हल कीजिए।

Solve the cubic $x^3 + 6x^2 - 12x + 32 = 0$ by Cardon's method.

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) यदि समुच्चय A में R एक तुल्यता संबंध है, तो सिद्ध कीजिए कि
- R^{-1}
- भी समुच्चय A में एक तुल्यता संबंध है।

If R is an equivalence relation in the set A, then prove that R^{-1} is also an equivalence relation in the set A.

(B-6) P. T. O.

[4]

D-3125

- (ब) लैग्रांज के प्रमेय को लिखिए और सिद्ध कीजिए।

State and prove Lagrange's theorem.

- (स) माल लीजिए H एक समूह G का एक उपसमूह है, तो दर्शाइये कि :

$$xH = Hx \quad \forall x \in G \Leftrightarrow x^{-1}Hx \subseteq H, \forall x \in G.$$

Let H be a subgroup of a group G, then show that :

$$xH = Hx \quad \forall x \in G \Leftrightarrow x^{-1}Hx \subseteq H, \forall x \in G.$$

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) यदि
- f
- समूह G का समूह
- G'
- में एक अन्तर्क्षेपी समाकारिता है, तो सिद्ध कीजिए कि
- f
- का कर्नेल K, G का एक प्रसामान्य उपसमूह है।

If f is a homomorphism of a group G into group G' , then prove that kernel K of f is a normal subgroup of G.

- (ब) दर्शाइये कि दो उपवलयों का सर्वनिष्ठ एक उपवलय होता है।

Show that the intersection of two subrings is a subring.

- (स) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक क्षेत्र एक पूर्णाकीय प्रान्त है, परन्तु कुछ पूर्णाकीय प्रान्तों का अस्तित्व है जो क्षेत्र नहीं हैं।

Prove that every field is an integral domain but there exist some integral domains which are not fields.

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) समीकरण
- $x^6 + i = 0$
- के सभी मूलों को ज्ञात कीजिए।

Find all the roots of the equation $x^6 + i = 0$.

- (ब) सिद्ध कीजिए कि :

$$2 \tan^{-1} \left[\sqrt{\left(\frac{a-b}{a+b} \right)} \tan \frac{x}{2} \right] = \cos^{-1} \left[\frac{b + a \cos x}{a + b \cos x} \right]$$

(B-6)

Prove that :

$$2 \tan^{-1} \left[\sqrt{\left(\frac{a-b}{a+b} \right)} \tan \frac{x}{2} \right] = \cos^{-1} \left[\frac{b+a \cos x}{a+b \cos x} \right]$$

(स) $\tan^{-1}(\cos \theta + i \sin \theta)$ को $A + iB$ के रूप में व्यक्त कीजिए और व्युत्पन्न कीजिए कि :

$$\cos \theta - \frac{1}{3} \cos 3\theta + \frac{1}{5} \cos 5\theta - \dots = \frac{\pi}{4}.$$

Express $\tan^{-1}(\cos \theta + i \sin \theta)$ in the form $A + iB$ and deduce that :

$$\cos \theta - \frac{1}{3} \cos 3\theta + \frac{1}{5} \cos 5\theta - \dots = \frac{\pi}{4}.$$